

DOI: 10. 13288/j. 11-2166/r. 2022. 04. 001

学术探讨

中医经典医理中真数二、三、五、七的数学原理

孙君杰✉

中国工程物理研究院核物理与化学研究所, 四川省绵阳市绵山路 64 号, 621999

[摘要] 概括真数二、三、五、七在中医经典医理中发挥的作用。分别从系统分解和周期节律的角度分析二、三、五、七在中医学人体生理系统和生理规律中发挥的作用, 同时梳理相关数学理论中五行模型的作用力类型, 级别、自同构性和对称性, 真数间的紧张与释放三条要点, 并在此基础上提出了中医经典医理中的三个医学模型, 即河图模型和相应的周期律, 五运模型和相应的周期律, 六气模型和相应的周期律。

[关键词] 真数; 阴阳; 五行

早在上古时期, 人们就认识到了真数序列。号称百经之首的《易经》建立了基于真数二的模型体系。春秋时期的著作《左传·昭公三十二年》云: “物生有两, 有三, 有五, 有陪贰。故天有三辰, 地有五行, 体有左右, 各有妃耦。王有公, 诸侯有卿, 皆有贰也。” 汉代司马迁在《史记·天官书》中提出: “为天数者, 必通三五”, 杨雄编纂了基于真数三的《太玄经》, 董仲舒在《春秋繁露》中完善了基于真数五的五行体系。由此, 中国思想史上形成了一组完备的真数模型序列。

现代学术界开展了很多工作, 试图揭示阴阳、五行模型背后的数学原理。如邓铁涛等^[1]汇总了科学哲学、系统科学和数学等学科对于阴阳、五行的部分研究成果; 陈继元^[2]使用图学和数论证明了只有五、八、十和十二系统才存在两条完备的独立回路, 这正对应着中国古代的五行、八卦、天干和地支; 祝世讷^[3]指出真数三和五属于奇素数序列, 因此五行学说有其方法论上的价值, 并且还可以发展“七行”学说、“十一行”学说和“十三行”学说等更高维度的系统; 张一方^[4]从对称群的角度指出, 阴阳学说对应二元对称群, 五行学说对应五元旋转群。在前人工作的基础上, 笔者发现了二、三、五、七真数序列的数学基础, 并基于此提出了三个医理模型。现分析探讨如下。

1 真数序列的数学基础

笔者认为, 真数序列的数学基础主要有两个: 算术基本定理和分圆术。

1.1 真数序列与算术基本定理对人体生理系统的解读

二、三、五、七真数序列属于质数序列, 因此根据算术基本定理, 可以使用该序列对系统进行分解, 而且无需像祝世讷^[3]所指发展“七行”学说、“十一行”和“十三行”学说。原因有两点, 第一, 五行模型中各元素间的联系是完备的, 有 $\binom{2}{5}$ 个联系, 且仅有两种类型的联系, 而更高维度的系统要想实现完全联系, 必然出现三种以上作用力; 第二, 级别的存在使得系统每一级别在分解时分解成的子元素数目都不多, 没必要使用七以上的真数进行分解。如《易经》中第一级别是两仪, 第二级别是四象, 第三级别是八卦, 如此类推, 其数学通式为 2^n ($n=1, 2, 3, \dots$); 《太玄经》中第一级别是三方, 第二级别是九州, 第三级别是二十七部, 如此类推, 其数学通式是 3^n ($n=1, 2, 3, \dots$)。五行模型不是一种树状结构, 而是一种闭合性的结构完型, 必须以五个顶点为基点, 既可以实现张景岳的“五行互藏”(数学表达式为 5^2), 也可以实现两仪、三方与五行的耦合(数学表达式为 5×2 和 5×3)。

基于真数二、三、五对人体进行分解, 如图 1 所示。其中, 神情、真气、精血和脏腑构成了人体的四象, 属于第一级别。在这一分解中, 藏象学说

✉ 通讯方式: sunjunjie198701@163.com, (0816) 2495051

和经脉学说是核心。在医学史上,前者使用了两种模型:河图模型和五行模型,其中河图模型又分为“古文尚书说”和“今文尚书说”。后者也提出了两种模型:十二经脉模型和二十八脉模型。对于河图模型,其数学表达式大致为 2×2 ;对于五行模型,其数学表达式为 2×5 ;十二经脉、二十八脉模型,分别对应着 $2 \times 2 \times 3$ 和 $2 \times 2 \times 7$ 的分解模式。

1.2 分圆术和周期律对人体生理规律的解读

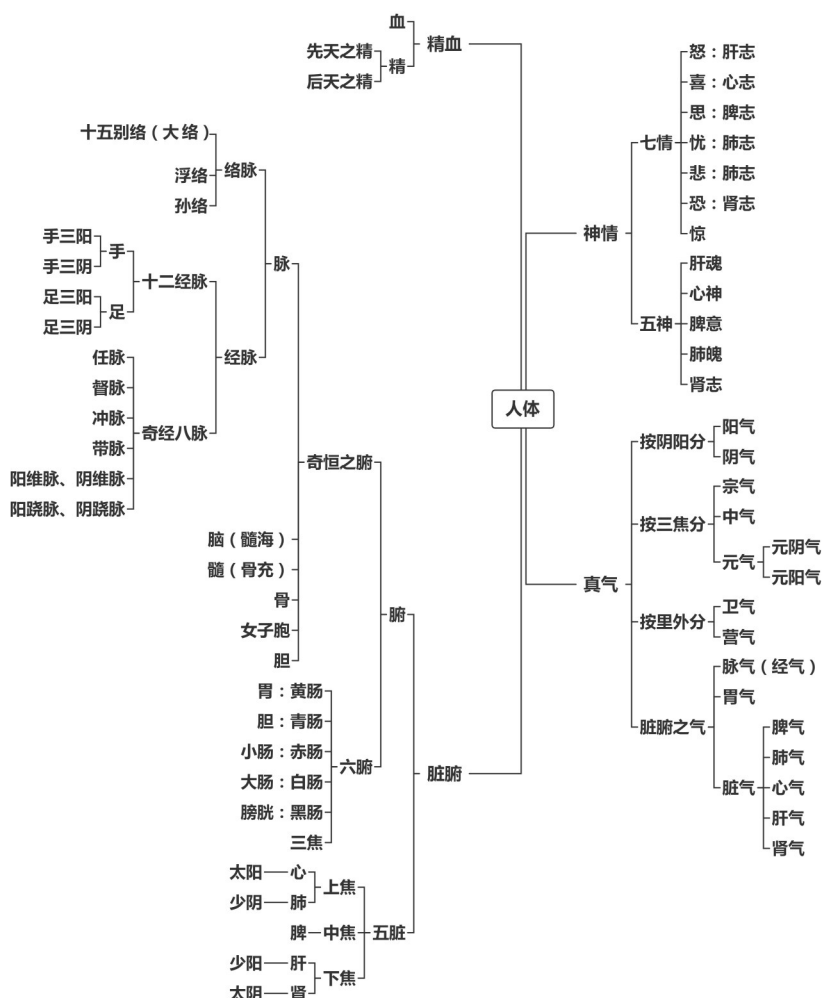
时包括日、月、季、年、一生等时间级别,每个级别的周期都可使用真数进行分解。首先是单日级别的周期。一日12时或者100刻(汉代),在对12的分解中,二和三为关键因素,其分解式为 2×3 ;二和五则在对100的分解中发挥主要作用,如营卫每日周转50次,每次2刻。

其次是月律。中国描述月相,从朔到望再到晦29.5天,采用的是八分法,每 $1/4$ 个周期是7~8天。

月球公转周期与女性月经周期(29.5 ± 1)天相合,28天也被称为“妊娠月”,体现着“血月相关”的特点。“男八”“女七”规律中,天癸指的便是肾气,说明古人早就认识到月律与人体生殖过程的密切关系。月律的分解式大致可以表示为 $2 \times 2 \times 7$ 。

再次是年律。一年分为四季、十二建月,因此对12的分解式也适用于此。一年还可按照二十八星宿进行划分,其分解式为 $2 \times 2 \times 7$ 。此外,年律还涉及360的分解。360为一个圆,使用二、三、五可以构造出不同的分圆法。如, $360 = 2 \times 180 = 3 \times 120 = 4 \times 90 = 5 \times 72 = 6 \times 60 = 8 \times 45 = 10 \times 36 = 12 \times 30$ 。因此,二、三、五、七这四个真数可以用来描述日月的周期节律问题。

最后是针对人的一生进行阶段划分。《论语·季氏》将人的一生划分为少、壮、老三段。《黄帝内经》将人体分为九部,年神舍九部,寿长 $12 \times$



注:此处将经络视为奇恒之腑中脉的延伸;七情中的“惊”在《黄帝内经》中未归属五脏,在宋代《三因方》中归属胆;此处五脏阴阳归属出自《素问·金匱真言论篇》。

图1 基于真数二、三、五的人体系统分解图

9=108, 即以 12 为划分单元。《素问·上古天真论篇》以“男八”“女七”规律的天癸作为基本单位对人的生命周期进行划分。《灵枢·卫气失常》则划分为五段, 即“人年五十已上为老, 三十已上为壮, 十八已上为少, 六岁已上为小”^[5]。《灵枢·天年》以十年为一个阶段, 五十岁而肝气始衰, 六十岁而心气始衰, 七十岁而脾气虚, 八十岁而肺气衰, 九十岁而肾气焦。

2 数学理论的要点

2.1 五行模型的作用力类型

学术界已经对五行模型进行过很多的数学探索^[6-12], 但多是以代数方式进行的探索, 此处则着重以几何方式进行分析。五行模型中两个元素间的作用力分相生和相克两种。二者还可细分, 如相克又分化为相乘(倍克)和相侮(反克), 相生也可分为不足和过度。因此, 两种作用力可以分解为 2×2 种亚作用力。

三个元素之间的作用力类型也有两种, 第一类如“木-火-土”(钝角三角形), 第二类如“水-火-金”(锐角三角形)。第一类中, 克中有生。清代程芝田在《医法心传·颠倒五行论》中指出, 相生过度了会转变为克伐。第二类为“子复母仇”, 克中有反克。清代陈士铎在《外经微言》中提出了“生中有克”“克中有生”“不全生”“不全克”等观点, 这都可在三元素作用力中获得部分解释。

2.2 级别、自同构性和对称性

《易经》《太玄经》分别使用两个和三个要素进行嵌套, 但二者间存在一些共性, 如级别、自同构性、对称性等。在中医医理中, 级别概念既存在于系统结构中, 也存在于周期节律中。自同构性决定了不同级别上的结构和运动节律是同一的, 因此, 每一级别都包含整个系统的全部信息, 这常被称作“全息性”。自同构性是系统沿级别进行纵向平移时的不变性, 而系统在横向分支结构中也存在对称性, 这也是“全息性”的一种体现。

2.3 真数间的紧张与释放

先贤已经意识到二、三、五真数间的紧张和对峙状态, 如《素问·阴阳离合论篇》中“黄帝问曰: ‘今三阴三阳, 不应阴阳, 其故何也?’”明确地提出了二和三之间的矛盾; 又如《素问·天元纪大论篇》中“黄帝问曰: ‘天有五行御五位, 以生寒暑燥湿风; 人有五脏化五气, 以生喜怒忧思恐。论言五运相袭, 而皆治之, 终期之日, 周而复始, 余

已知之矣。愿闻其与三阴三阳之候, 奈何合之?’”在此, 黄帝又明确地提出了三和五之间的矛盾。

真数间的这一矛盾普遍存在, 如周文王后天八卦配属五脏五腑, 肝为巽木, 胆为震木, 肺为乾金, 大肠为兑金, 脾为艮土, 胃为坤土, 而心和小肠对应离火, 肾和膀胱对应坎水; 再如《灵枢·九宫八风》提出的“八风八脏”理论, 以肝、心、肺、肾四极为正位, 胃为左前足, 脾为右前足, 大肠为左后足, 小肠为右后足, 胆和膀胱则不论述; 再如起源于汉代的“八卦纳甲说”, 为十天干配上八卦, 其手段主要有两种, 一是丢弃中间的戊、己不用, 一是将尾部的壬、癸折叠回首部再次分配给乾、坤^[13]。

因此, 紧张的释放方式主要有“并”和“拆”两种, 而非采用最小公倍数法。如五脏配四象时拆解出一个至阴配属给脾; 六腑与五脏相表里时合并掉三焦作为膀胱的附属或者忽略掉三焦(《灵枢·本藏》提出的“肾合三焦膀胱”, 但《灵枢·本输》则认为三焦是“孤之腑”); 五行和八卦配伍时将木、金、土细分为阴阳, 而简并掉水、火的表里脏腑; 脏腑与十二经相合或者五脏与六经相合或者五运六气配伍时, 将心拆解出心包(火拆解为相火、君火), 或者添加头形成六部等。真数间的紧张和释放的确造成了不小的混乱, 但是, 中医经典医理是不同学派综合而成的, 各个流派的医理在不同真数的“庇荫”之下方得以建立, 得以获得相对独立表述的可能。而且, 通过合理手段, 有些矛盾是完全可以避免的。

3 医理模型

本文所论的医理模型主要指藏象模型和经脉模型, 其中经脉模型只论述十二经脉模型, 因为二十八脉说并未获得充分发展, 且二十八脉说难以在一日十二时这一时间框架下施展, 而十二正经说则与此相合。

3.1 河图模型和相应的周期律

《尚书·洪范》被认为是五行说的起源, 但是其五行的排序是水、火、木、金、土。水、火相对, “润下”与“炎上”相对; 木、金相对, “曲直”与“从革”相对。因此, 《尚书·洪范》中的五行实际上是河图洛书学说, 与董仲舒《春秋繁露》的五行理论不同, 因为二者的动力学基本规则不同。

河图模型解构公式大致是 2×2 , 准确的公式应

该为 $\left(1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}\right) \times 2$ ，因为脾不主时，寄王于四时，即中土也被分解了。《尚书》《吕氏春秋》《淮南子》《礼记》《太玄经》等论述五行时都明确地列出了五脏，却未列出腑，这表明脏和腑已经被明确分类了，但也暗示脏腑之间可能还未形成明确的表里关系。因此，此处数学表达式只涉及五脏，而不涉及腑。

河图模型可比喻为车轮，以土为毂，为中心，经辐到辋。土灌溉四旁，为四脏之长。《素问·金匱真言论篇》提出心为太阳、肺为少阴、肾为太阴、肝为少阳、脾为至阴，这便是真数二和五之间的一种冲突，因为四象无法分配给五脏。需要说明的是，中医学目前采用的模型为“今文尚书说”，此处仅以今文说为例阐释数学模型，不涉及古文说。

周期律：1) 日律。《灵枢·顺气一日分为四时》将一日分四时，人气、邪气随四时而消长。2) 月律。虽然该模型与八卦和十二地支吻合得很好，但历史上月律主要用来描述营卫气血，杨应和提出利用寻找独盛之脉的方法可以确定五脏的月律^[14]。3) 岁律。《素问·太阴阳明论篇》将一年分四季，脾不主时，“常以四时长四脏，各十八日寄治”，五脏均治 72 天，合计 360 天。四时脉论，春弦、夏洪、秋毛、冬石，便是按照该节律划分的。脏腑的周期节律对辨证和用药都有重要的指导意义^[15]，如《素问·四气调神大论篇》指出，养生、养长、养收、养藏都需遵循该周期节律。

3.2 五运模型和相应的周期律

《墨子》《孙臯兵法》中都论述过五行思想，《吕氏春秋》中也记载了邹衍的五德终始说，但是这些论述都集中在五行相生，没有论及相生。五行模型成熟的标志是董仲舒的《春秋繁露》。按照相生顺序，五运模型表示为木、火、土、金、水。这一模型的解构关系式为 2×5 ，其中 2 表示脏和腑，脏为阴，腑为阳。该模型能够很好地解释五脏疾病和脏腑间疾病的传变。按照五行间的作用，疾病传变分为“相生传”和“相克传”，相生传又分为“母病传子”和“子病及母”，相克传也存在“顺五行相克传变”和“逆五行相克传变”^[16]。疾病由腑入脏则病情加重，由脏出腑则病情减轻。五色、五味、五音、五臭、五畜、五谷、五志等，都是按照该模型组织起来的。

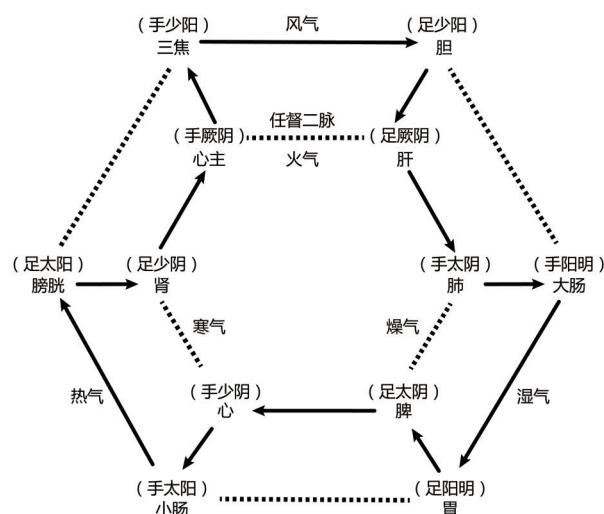
周期律：1) 日律。《素问·藏气法时论篇》将

一日分为五段，分别论述了五脏疾病的慧、甚、静。2) 月律。该模型与十天干相合，如《素问·藏气法时论篇》认为胆旺于甲日、肝旺于乙日，以此类推，每十天脏腑各旺一次。3) 岁律。该模型与春、夏、长夏、秋、冬的五季划分法相合。在日律、岁律中，心火和脾土所主的时间有所减少，脾土旺长夏，仍然居中。《素问·四时刺逆从论篇》还从五体的角度论述了五个季节的人气所在。

3.3 六气模型和相应的周期律

中医学中的三元结构很多，如三阴三阳、三焦、三部九候等。三阴三阳的数学分解式为 2×3 。对于三阴三阳的解释，郑钦安在《医理真传》中将其与八卦中的三子、三女相联系；周学海则以人体分部的划分方式来解释，以阴阳分内外，以三阴三阳进行维度划分，而正经则以其循行的部位来命名^[17]。现代研究者比较肯定周学海的这种三阴三阳分部“阴阳法则”^[18]，并且指出按照阴阳气量理解三阴三阳的思想是较晚出现的^[19]。对于阳明和太阳的气量强弱，在《黄帝内经》中便存在争论，《素问·阴阳类论篇》将太阳视为三阳、阳明视为二阳，但将太阳视为二阳、阳明视为三阳的观点却在整体论述中占主导地位^[19]。

十二经脉的解构关系式为 $2 \times 3 \times 2$ ，第一个“2”是分脏腑，脏为阴，腑为阳，“3”是三阴、三阳，第二个“2”是分手足，上焦属脏的经脉走手，中焦和下焦属脏的经脉走足。如果再考虑左右，则为 $2 \times 3 \times 2 \times 2$ ，共二十四经。图 2 是营气的子午流注图，其理论渊源是《灵枢·营气》。



注：实线箭头是营气流注的路径，虚线出于对称性的考虑绘制。

图2 十二经脉营气流注示意图

周期律：1) 日律。图2便是一日十二时辰内营气在十二正经中的流注节律。《素问·生气通天论篇》也使用平旦、日中、日西的三分法来论述阳气。2) 月律。《素问·八正神明论篇》将一个月运周期三分，《灵枢·岁露论》将一个月运周期二分，二者虽都论及血气，但没有涉及具体的经脉，这类时间节律常用来辅助判定气血壅实或不足之证。《黄帝蝦蟇经》按照每月30日中人气所在的方式，以足六经划分，约每5日一个经主旺，依次是：足少阴（1-5）、足太阴（6-9）、足阳明（10-15）、足太阳（16-20）、足少阳（21-25）、足厥阴（26-30）。即月满人气在足三阳，月郭空人气在足三阴。3) 岁律。《素问·八正神明论篇》仅从天温、天寒二分法角度阐述了气血的生理节律，《素问·脉解篇》则以足六经病证来论述岁律，依次为足太阳膀胱经（一、二月）、足厥阴肝经（三、四月）、足阳明胃经（五、六月）、足少阴肾经（七、八月）、足少阳胆经（九、十月）、足太阴脾经（十一、十二月）。

3.4 二三之争

在音乐分析中，对六拍的音段应该分解为“两个三拍”还是“三个两拍”常有争论，由此形成所谓的“二三之争”。《易经》中六十四卦可按主卦、客卦分解为 8×8 ，也可按“兼三才而两之”分解为 $4 \times 4 \times 4$ 。在中医学中也存在类似现象。图2便是三分法，三分之后再细分为四象；而《黄帝蝦蟇经》中的月律实际是一种二分法，二分之后再细分为三阴三阳。除此之外，以下几例的表面看似以三阴三阳方式划分，实则也是以四象模式划分。

1) 《伤寒论》六经病欲解时。六经病欲解时，少阳、太阳、阳明、太阴四者首尾相贯占满了十二时辰，每经三个时辰。这是一种准四象的划分，而非将一日十二时辰划分为六段。太阴、少阴、厥阴、少阳四者，依次平移一个时辰，且四者的阴属性是递减的，阳属性是递增的，太阴是纯阴的（阳为0），少阴（阳为1）和厥阴（阳为2）是体阴用阳，起到沟通阴阳的作用，描述的是“朝则人气始生”“平旦阴尽而阳受气”的状态。而阳明与太阴相合，由阳明入太阴，厥阴与少阳相合，由厥阴出少阳。

2) 《灵枢·阴阳系日月》只论述足经，但是分左右和阴阳，上半年为左足三阳经、右足三阳经，下半年是右足三阴经、左足三阴经。其实质是一种四象划分，首先以阴阳划分上下半年，再以左右细

分为季，最终以三阴三阳完成十二建月的分解。

3) 《灵枢·经筋》不论左右，而论手足，上半年为三阳之筋（足三阳之筋、手三阳之筋），下半年三阴之筋（足三阴之筋、手三阴之筋）。其实质亦是一种四象划分，首先以阴阳划分上下半年，再以足、手细分为季，最终以三阴三阳完成十二建月的分解。

4 小结

笔者认为，中医医理中仍存在一些亟待解决的问题。例如，学界对于三焦和手厥阴心包经的争论，如何合理地解释三焦和手厥阴心包经，使得五脏六腑与十二正经相合，这就是一个重大的学理问题；再如，河图模型中的古文尚书说和今文尚书说之争，目前仍未获得一致认识。中医医理中的二、三、五、七这四个真数有着深刻的数学基础，而中医医理中包含着以这些真数构建的模型，对这些模型的讨论，有助于探索中医医理的科学内涵，有助于解决尚存争论的问题，将对中医医理的完善和整合具有重大意义。

致谢

特别感谢史珣珣在制图方面给予的帮助。

参考文献

- [1] 邓铁涛, 郑洪, 刘小斌, 等. 中医五脏相关学说研究: 从五行到五脏相关[M]. 广州: 广东科技出版社, 2010: 257-274.
- [2] 陈继元. 数字5, 8, 10, 12与阴阳循环现象[J]. 海南师范学院学报(社会科学版), 1991(4): 24-32.
- [3] 祝世讷. 五行学说的方法论价值[J]. 山东中医学院学报, 1988, 12(1): 4-8.
- [4] 张一方. 中医理论的基础是对称群[J]. 大自然探索, 1989(1): 49-50.
- [5] 河北医学院. 灵枢经校释[M]. 2版. 北京: 人民卫生出版社, 2018: 583.
- [6] 戴永生. 试探五行的数学模式[J]. 辽宁中医杂志, 1998, 25(10): 451-453.
- [7] 蔡庆生. 医学近代数学[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1988: 322-324.
- [8] 王涛. 五行学说动力学模型研究[D]. 上海: 复旦大学, 2008.
- [9] 冯前进, 牛欣, 王世民. 五行学说的非线性动力学原理[J]. 中国中医基础医学杂志, 2003, 9(7): 71-74.
- [10] 丁占鳌. 建立“中医阴阳五行学说”的数学模型[J]. 黑龙江大学自然科学学报, 1993, 10(2): 59-62.
- [11] 云炜. 中医药学阴阳五行理论的数学描述[D]. 呼和浩特: 内蒙古大学, 2009.
- [12] 陈秋锐. 中医阴阳五行学说的一个数学模型[C/OL]//

- 第十届中国青年信息与管理学者大会论文集. (2009-03-23) [2021-08-01]. 洛阳: 中国运筹学会. <http://cpfd.cnki.com.cn/article/cpfdtotal-qhis200808001039.htm>.
- [13] 孙吉山. 中国时辰开穴全书[M]. 上海: 上海远东出版社, 1997: 30.
- [14] 杨应和. 论月经周期脉象[J]. 安徽中医学院学报, 1996, 15(5): 3-5.
- [15] 程士德. 中医时间证治学纲要[M]. 北京: 人民卫生出版社, 1994: 137, 165-170.
- [16] 北京中医学院内经教研组. 内经中级讲义[M]. 北京: 人民卫生出版社, 1963: 13.
- [17] 周学海. 读医随笔[M]. 北京: 中国中医药出版社, 2007: 53-57.
- [18] 黄龙祥. 经脉理论还原与重构大纲[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2016: 173.
- [19] 黄龙祥. 中国针灸史大纲[M]. 北京: 华夏出版社, 2001: 286-289.

Mathematical Principles of the Antilogarithm Two, Three, Five and Seven in Classical Medical Knowledge of Traditional Chinese Medicine

SUN Junjie

Institute of Nuclear Physics and Chemistry, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, 621999

ABSTRACT This paper explored the role of antilogarithm two, three, five and seven in classical medical knowledge of traditional Chinese medicine (TCM). From the perspectives of system decomposition and periodic rhythm, the roles play by two, three, five, and seven in human body's physiological system and related laws in TCM are analyzed respectively; and simultaneously, the types of forces, levels, automorphism and symmetry of the five-phase model, as well as the three key points related to the tension and release between different antilogarithm are summarized, based on which three classical medical models in TCM are put forward, i. e. hetu (河图) model and related periodic rhythm, five circuits model and related periodic rhythm, and six *qi* model and related periodic rhythm.

Keywords antilogarithm; *yin-yang*; five phases

(收稿日期: 2021-08-21; 修回日期: 2021-10-17)

[编辑: 崔京艳]

广告

欢迎订阅 2022 年《中医杂志》

《中医杂志》(ISSN 1001-1668, CN 11-2166/R)是由中华中医药学会和中国中医科学院主办的全国性中医药综合性学术期刊。1955 年创刊以来始终坚持“以提高为主, 兼顾普及”的办刊方针, 是我国中医药界创刊早、发行量大、具有较高权威性和学术影响力的国家级中医药期刊之一, 是中文核心期刊和科技核心期刊、中国精品科技期刊、首届国家期刊奖获得者和中国期刊方阵双奖期刊、新中国 60 年有影响力的期刊、中国百强科技期刊、中国百种杰出学术期刊, 中医药科技期刊分级目录 T1 级期刊。荣获第五届中国出版政府奖期刊奖, 第二届、第三届、第四届中国出版政府奖期刊奖提名奖。

《中医杂志》主要栏目中当代名医和临证心得分别介绍名老中医和临床医生辨证用药治疗疑难病的经验; 临床研究介绍中医药治疗的新方法、新成果; 学术探讨、思路与方法、循证中医药、病例讨论、综述、百家园等栏目, 提供最新学术观点、研究成果与治疗方法, 成为学习中医药、研究中医药, 不断提高临床及研究水平的良师益友。

《中医杂志》为半月刊, 每月 2 日和 17 日出版, 每期定价 30.00 元, 全年 720 元。国内读者可以到全国各地邮局办理订阅手续(邮发代号: 2-698), 也可以与本刊读者服务部联系邮购, 邮购免邮费。电话: 010-64035632, 010-64089195。国外发行: 中国国际图书贸易集团有限公司(北京 399 信箱, 邮编: 100044, 代号: SM140)。

本社地址: 北京市东城区东直门内南小街 16 号, 邮政编码: 100700。网址: <http://www.jtcm.net.cn>。

